



TITLE:

巨視的量子効果(基研短期研究会「  
進化の力学への場の理論的アプロ  
ーチ」報告,研究会報告)

AUTHOR(S):

恒藤, 敏彦

---

CITATION:

恒藤, 敏彦. 巨視的量子効果(基研短期研究会「進化の力学への場の理論  
的アプローチ」報告,研究会報告). 物性研究 1987, 47(5): 460-467

ISSUE DATE:

1987-02-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/92408>

RIGHT:

## 巨視的量子効果

京大・理 恒 藤 敏 彦

## 1. はじめに

“巨視的量子効果”と言った時考えられるのは、(1)巨視的量子現象と(2)巨視的な系の量子力学的挙動である。(1)の例としては言うまでもなく超伝導とか超流動現象があげられるが、ここで取り上げるのは(2)の方である。巨視的な系を記述する巨視的変数は、系の重心座標とか、なんらかのボーズ凝縮をした系での凝縮体の巨視的波動関数  $\phi(x)$  などであり、一般的には集団運動の座標とかんがえてよい。(2)の問題というのはこのような量の量子力学にほかならず、その意味では新しい問題ではない。よい例は流体力学の量子化を行った量子流体力学 (Landau 1941) であるが、もっと普通の例は固体の運動である。一例として重力波の検出に使われる長さが 1 m ぐらいの円柱の運動をとってみよう。重心運動のほかに、この円柱には波長  $\sim 1$  m の基本モードから格子間隔ぐらいの波長の固有振動まであって、量子化すると Phonon がえられるがそのやり方は波長が 1 m あっても、数 Å あっても同じである。この例では量子力学の適用のされ方に関してどこまでが巨視的でどこからミクロかという区別はまったくない。事実、重力波の検出器としては基本振動の不確定性原理からくる測定精度の限界が問題にされていることを付加しておこう。

ところで、この重力波検出の例では、Ge とかサファイアの単結晶の円柱を用い、mK 以下の温度に冷やすことが計画されているが、その理由は他の固有振動との結合をなるべく小さくする所にある。基本振動の座標を  $q$ 、その他の Phonon モードのそれを  $x$  で表すと、 $q$  が巨視的変数、 $x$  がそれに対する環境あるいは熱浴の役割をすると言ってもよいであろう。重力波の検出では  $q$  と  $x$  の結合をなるべく小さくするが、一般に巨視的変数の運動では環境との結合がさけられない。この結合によって巨視的変数の運動は減衰するが、特にその量子力学的挙動がどのように影響されるかという問題が現われる。これを集団運動の life time の問題と言ってしまえば、何も新しいことではないが、トンネル効果のように古典力学では生じない運動、いいかえると古典的対応のない運動の場合、意外と面白い問題であることが明らかになり、最近、クローズアップされてきた。

## 2. Caldeira-Leggett によるモデル化

注目している自由度—巨視的自由度を頭においているが、この節では粒子とよぶ—の座標を  $q$  とし、それが外部ポテンシャル  $V(q)$  のなかで運動する。 $V(q)$  としては図 1 の (a) ~ (c) などが考えられる。

また、 $q$  は“環境”つまり他の自由度  $\{x_\alpha\}$  に結合しているとする。最近興味を持たれて

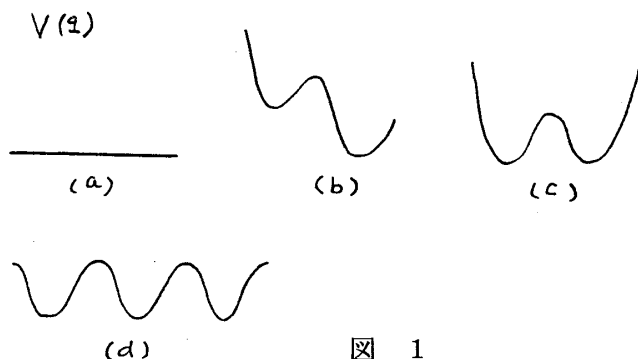


図 1

いる具体的なあるいは類似の問題例は次のとおりである。

金属中の  $\mu$  meason, 不純物スピン, 2準位局在励起あるいは液体<sup>3</sup>He中のイオン( $x$ =縮退したフェルミ気体); 量子固体中の同位元素不純物( $x$ =フォノン); SQUID( $x$ =正常電子など)。

巨視的変数の運動で特に重要なのは環境から受けるランダムな力の結果として古典的には

$$\eta \, dq / dt \quad (1)$$

という形のマサツ力(抵抗)が $q$ の運動に生じる場合, いわば Ohmic な場合で, ブラウン運動がそのもっとも簡単な例である。 $\eta$ はマサツ係数, あるいは電気抵抗と言った量である。このような系の量子力学的運動はどのようになるか? この問題をなるべく一般的にモデル化し, 特に $V(q)$ が(c)の場合を扱ったのは Caldeira-Leggett (1983)<sup>1)</sup>である。彼らのモデルでは環境はいろいろな振動数 $\omega_\alpha$ を持つ調和振動子の集まりで置換えられ, それが注目する自由度 $q$ と線型に結合するとされる。従ってハミルトニアンは,

$$H = -\frac{1}{2M} \partial_q^2 + V(q) - q \sum_\alpha C_\alpha x_\alpha + \sum_\alpha \left\{ \frac{1}{2m_\alpha} P_\alpha^2 + \frac{1}{2} m_\alpha \omega_\alpha^2 x_\alpha^2 \right\} + q^2 \sum_\alpha \frac{C_\alpha^2}{2m_\alpha \omega_\alpha^2} \quad (2)$$

で与えられる。 $C_\alpha$ は結合定数, 最後の項は Counter term である。振動子の集まりを特徴づける $m_\alpha$ ,  $\omega_\alpha$ ,  $C_\alpha$ をどう選ぶかという, 有限温度で古典的な極限になると(1)の形のマサツ力が生じるように, いかえると Ohmic になるように揺動・散逸定理を使って決めるのである。そうすると

$$J(\omega) \equiv \frac{\pi}{2} \sum_\alpha \frac{C_\alpha^2}{m_\alpha \omega_\alpha} \delta(\omega - \omega_\alpha) \quad (3)$$

という振動子のスペクトル密度に当る量が

$$J(\omega) = \eta \omega, \quad \omega \leq \omega_c \\ = 0, \quad \omega > \omega_c \quad (4)$$

であればよいことがわかる。ただし $\omega_c$ は cut-off 振動数。ここで $\eta$ は一般には温度の関数であるが,  $T \rightarrow 0$ で有限な値になると仮定している。このモデルは, 図2のように調和振動子の集まりを引きつけている粒子に相当する。

もっとも簡単なのは環境の中にある自由粒子, つまり $V(q) = 0$ の場合で, この厳密に解けてしかも教育的な例は, Hakim-Ambegaokar (1985)<sup>2)</sup>によって詳しく調べられた。この場合(2)が併進に対し不変であることに注意しよう。したがって全運動は保存され, くりこまれた質量は

$$\tilde{M} = M + \frac{2}{\pi} \int d\omega J(\omega) / \omega^3 \quad (5)$$

となり, 赤外発散する。もっとも興味深い結果だけ引用しておこう。時間 $t = 0$ で系の密度行列が

$$\rho(q_1, q_2; x_1, x_2) = \rho_0(q_1, q_2) \rho_{eq}(q_1, q_2; x_1, x_2) \quad (6)$$

であったとする。ここで $\rho_0$ は

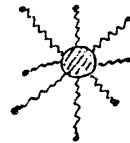


図 2

$$\rho_0 \propto \exp \{ i P_0 (q_1 - q_2) - (q_1^2 + q_2^2) / 2 \sigma_0^2 \}$$

という粒子に対するガウス型波束の密度行列で、 $\rho_{eq}$  は温度  $T$  での系の平衡分布に相当する密度行列である。この初期条件から出発したとき波束の中心は  $T \rightarrow 0$  で

$$q(t) = (P_0 / \eta) (1 - e^{-\eta t / M}) \quad (7)$$

のように古典的軌道に従う。また波束の広がりは

$$\frac{1}{\pi \eta} \ln \left( \frac{\eta}{M} t \right), \quad T \rightarrow 0$$

$$kT / \eta, \quad T \gg \omega_c \quad (8)$$

で与えられる。後者の結果はたしかに要求どおりマサツ係数  $\eta$  のときの拡散を与えている。また(7)は  $M \rightarrow \infty$  ということとつじつまが合っている。

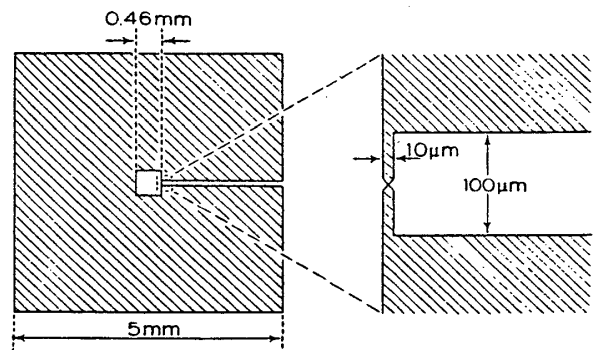
### 3. SQUID

Leggett は、量子力学が巨視的な系に適用されるか、とくに巨視的に異なる 2 つの状態を重ね合せた状態が検証できるかを調べるのには、SQUID (superconducting Quantum Interference Device) がもっとも適切な系であることを指摘した。これは上に述べた  $V(q)$  が (b) あるいは (c) の場合に当たるが、少し具体的に説明する。

SQUID の本体は Josephson 接合、すなわち点接合あるいは酸化皮膜を介した接合のように弱い結合部を持つ超伝導のリングである。図 3 が実際に使われるものの 1 例であり、斜線の部分が Nb の薄膜である。超伝導体の所は抵抗はなく、そこを流れるのは巨視的波動関数 (超伝導の秩序パラメタである対の波動関数)  $\Psi = |\Psi| e^{i\theta}$  で記述される超伝導電流  $I$  である。Josephson 接合 (以下 J-接合とよぶ) は、その両側の超伝導体の位相差  $\Delta\theta$  の周期関数である結合エネルギー  $-I_c \cos \Delta\theta$  を持ち、それに対応して  $\Delta\theta$  があると

$$I_s = I_c \sin \Delta\theta \quad (9)$$

の超伝導電流が流れる。また、J-結合部には Capacitance  $C$  と抵抗  $R$  があり、等価回路は図 4 で表わされる。 $C$ 、 $R$  および超伝導の結合が並列に入っていることに注意しよう。さらに超伝導のリングは自己インダクタンス  $L$  を持つ。この系の働作を与え



D. W. Bol et al. の用いた SQUID (文献 3)

図 3

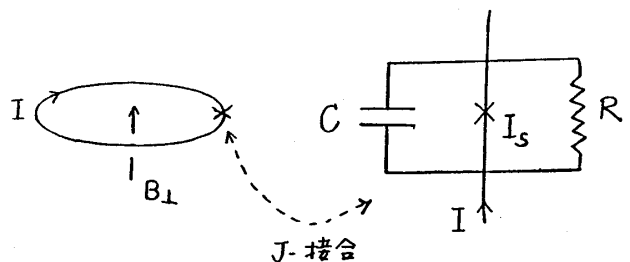


図 4

る方程式は容易にえられる。実験に用いられている SQUID では、 $I^c \simeq 1 \sim 10 \mu\text{A}$ 、 $C \sim 5 \text{ pF}$ 、 $L \sim 10^{-10} \sim 10^{-9} \text{ H}$  程度である。

電流  $I$  が流れているときリングを通る磁束は

$$\Phi = \int B_{\perp} dS = \Phi_{\text{ext}} + LI \quad (10)$$

Faraday の誘導則から、 $J$ -接合の両端に現われる電位差  $\Delta V$  は

$$\Delta V = -\partial_t \Phi \quad (11)$$

$J$ -接合を流れる全電流  $I$  は

$$I = \Delta V/R + C \partial_t \Delta V + I_s \quad (12)$$

ここで Aharonov-Bohm 効果から

$$\Delta \theta = (\Phi / \phi_0 + n) 2\pi \quad (13)$$

ただし  $\phi_0$  は磁束の量子  $\phi_0 \equiv hc/2e$  である。(9)~(13)より

$$C \partial_t^2 \Phi + R^{-1} \partial_t \Phi + \partial U / \partial \Phi = 0, \quad (14)$$

$$U(\Phi) = \frac{1}{2L} (\Phi - \Phi_{\text{exp}})^2 - \frac{\Phi_0 I_c}{2\pi} \cos(2\pi \Phi / \phi_0)$$

がえられる。

特徴的なエネルギーは  $\epsilon_J = \phi_0 I_c / 2\pi$  であることに注意しよう。もし  $2\pi \phi_0 I_c / (\phi_2 / L) > 1$  であれば、すなわち  $J$ -接合のエネルギーが磁場のエネルギーより大きいと、 $U(\phi)$  はいくつかの極小を持つポテンシャルとなり、低い所だけをとると double well で近似できる。特に  $\phi_{\text{ext}} = 1/2 \phi_0$  のときは対称になる (図 5)。隔壁の高さは

$$\Delta U = (\epsilon_J - \phi_0^2 / 8L) \quad (15)$$

各 well のなかでの調和振動の振動数は、

$$\omega_0^2 = (1 + 2\pi L I_c / \phi_0) / LC \quad (16)$$

で与えられる。減衰を表すパラメタは

$$r = 1/RC\omega_0 \quad (17)$$

であり、 $r < 1$  なら Weak damping の場合になる。たとえば、D. W. Bol et al. の使った SQUID

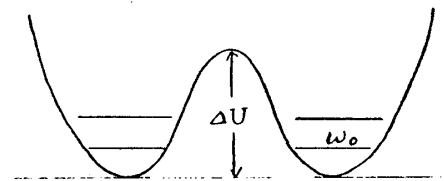


図 5

# 研究会報告

では  $\omega_0 \sim 6.7 \times 10^{11} \text{ sec}^{-1}$  で温度にして 0.1 K に相当する<sup>3)</sup>。

この系は、(14)式から明らかなように磁束  $\Phi$  を座標と読めば、粒子の運動方程式と同じであり、対応は

$$\Phi \leftrightarrow x, \quad \partial_t \Phi \leftrightarrow P, \quad \phi_0^2 C \leftrightarrow m, \quad \phi_0^2 / R \leftrightarrow \eta$$

で与えられる。Double well の場合、平衡点は  $\Phi$  の値がおよそ磁束の量子  $\phi_0$  だけ異なる。これは確かに巨視的に異なる状態と考えてよい。その間の遷移は

$$\hbar \omega_0 \ll k_{13} T \ll \Delta U$$

のときには、熱的励起によって生じ、Kramers の理論で大体の値はえられる。一方の井戸にとどまっている平均の時間は

$$\tau_{th} = \frac{2\pi}{\omega_a} e^{\Delta U / k_B T} \quad (18)$$

となり、 $\omega_a$  は Weak damping のときは  $\omega_0$  程度である。

$$k_B T \ll \omega_0 \quad (19)$$

となると、量子力学的トンネル効果が主となる。巨視的座標  $\Phi$  の量子化は、粒子数と位相の関係

$$[n, \theta] = i$$

からえられるが、粒子との上の対応で考えればよい。減衰がないとき ( $\gamma \rightarrow 0$ )、WKB の平均寿命は

$$\tau_0 = \frac{2\pi}{\omega_a} e^{a \Delta U / \hbar \omega_0} \quad (20)$$

となる：a は数係数。

$\gamma \neq 0$  の場合、すなわち抵抗の効果考えた理論は最初 C-L によって考えられた。ただし C-L が計算したのは片方の井戸が深い場合図 1 の escape rate であって、方法は統計力学で S. Langer が Nucleation を扱うために、そして場の理論では Coleman がインスタントンを扱うために使ったと同じ Path Integral の方法である<sup>1)</sup>。ここでは結果だけ引用しておく：

$$\tau_r = \lambda \frac{2\pi}{\omega_0} \exp \left[ 7.2 \frac{\Delta U}{\omega_0} (1 + 0.87 \gamma + \dots) \right] \quad (21)$$

ここで

$$\lambda^{-2} = 120 \pi (7.2 \Delta U / \hbar \omega_0)$$

この結果によると散逸の効果によって量子力学的トンネルはさまたげられる。対称あるいはそれに近い double well に対する Path integral による計算は筆者の知る限りまだ行われていない。磁束の自由度をエネルギーが  $\hbar \tau_0^{-1}$  はなれた 2 準位の系でおきかえたモデルでは近藤効果の取扱に似た手法が使われる<sup>4)</sup> R の影響によって  $\tau_0$  は

$$\tau_r = \tau_0 \exp [\alpha \ln (\omega_c / \omega_i)] \quad (22)$$

におきかえられる。ここで、

$$\alpha = (\Delta\Phi)^2 / (2\pi)^2 \hbar R \quad (23)$$

$\Delta\Phi$ は左右の谷における磁束の差である。また、 $\omega_i$ は赤外のcut-offで、赤外発散が生じるのは(4)のスペクトル密度を用いたことに起因する。(近藤効果等の原因であるフェルミ面効果と類似)。この $\omega_i$ が $\tau_r$ 自身で決まるとすると、すなわち $\omega_i = \tau_r^{-1}$ とおくと

$$\tau_r = \tau_0 (\omega_c \tau_0)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

がえられる。

#### 4. 問題点

##### (a) 実験

SQUIDのような巨視的な系でも量子力学的トンネル効果(MQT)が見られるかというのが第一の問題である。これに関してはこの数年間にかなりの数の実験が行われてきた。ここではD. W. Bol, B. Ouboterの結果を紹介するのに止める<sup>3)</sup>。量子力学トンネル効果を大きくするにはJ-接合のCapacitance(質量に当たる)を小さくし、同時に接合エネルギーは大きくしなければならない。図6は色々な接合で $\tau$ を測定した結果で、古典的な温

度変化から、温度によらない量子力学的トンネル効果まではっきり見られている。ただし $\tau_r$ の理論式は定性的には支持されているが、定量的な比較にはまだ問題が残されていると思われる。

##### (b) MQC

$\alpha$ 崩壊に類似したMQTがSQUIDの場合でも生じることは当然と思われるし、実験でも上に述べたとおりはっきり示されている。それでは磁束が右と左の谷間の位置をとる2つの状態 $\psi_1$ と $\psi_2$ との重ね合わせの状態が観測できる

か? 減衰がない場合、 $t=0$ でたとえば $\psi_1$ に系を準備したとすると、 $t$ 時間後に $\psi_1$ に見出す確率は周期的に変化し、その周期は $\tau_0$ で与えられる。これは巨視的に異なる $\psi_1$ と $\psi_2$ との重ね合わせの時間変化

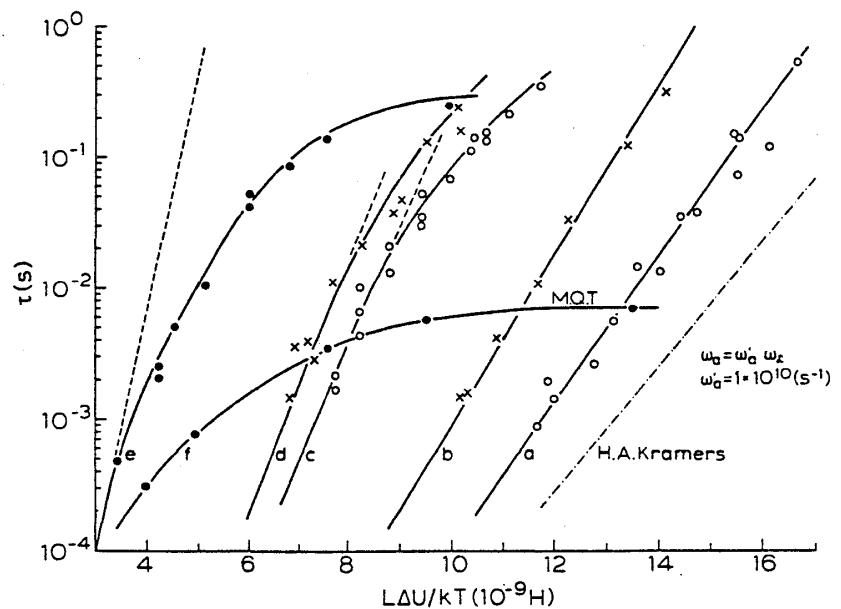


図6. 特性の異なるJ-接合の $\tau$ (文献3)

を見るわけで、Macroscopic Quantum Coherence (MQC)の観測といってよい。環境との結合、この場合は電気抵抗となって現われるミクロの自由度との結合、によってこの振動は減衰する。Overdampedにならずにこの振動、すなわちMQCを見る条件は(19)よりはるかにきびしい。2準位のエネルギー差は  $\hbar\tau_r^{-1}$  の程度であるから、温度がこれより低く、しかも  $\alpha$  が  $10^{-1}$  程度でなければならない。これは厳しい条件だが、技術的には可能であると考えられ、実験の努力がされている。

(c) 対称性のやぶれ

前節の(23)式を見ると、 $\alpha = \phi_0^2 / (2\pi)^2 \hbar R$  が1に近づくと  $\tau_r$  が無限大になる。すなわち環境との結合によって対称な double well でもトンネルが生じなくなる。すなわち自発的に対称性がやぶれ、系はどちらかの井戸に局在したままになる。この可能性はまだ確立されたわけではない。なお、 $\alpha = 1$  となるときの抵抗値は

であり、これは Anderson 局在などで出てくる抵抗の基本単位であることを注意しておく。

(d) 測定による影響

SQUID を貫く磁束の変化を測定するには図9のようにもう一つの SQUID を用いる。対称の SQUID との結合(相互インダクタンス)が小さいので測定による攪乱は小さいとされている。しかし測定系であるエレクトロニクスからの Back action はどんな影響を及ぼすのか? またこの場合、不確定性原理に相当する制限がどのような形をとるのか? などの問題に関し従来の“ミクロ”系に対する測定の場合より、詳しい分析ができると思われる。まだそのような分析は筆者の知る限り行われていない。

## 5. 結びに代えて

最後に蛇足であるがコメントを付加しておきたい。

- 1) 冒頭に述べたようにマクロとミクロとの区別はあいまいであって、むしろないと言った方がよいのではないか。最近の VLSI の技術を使って作られるサブミクロン程度の系ではいわゆるマクロとミクロの両方の様相がみられる。むしろ古典的かどうか、いいかえると観測によって状況が乱されるような系かという区別の方が本質的である。DNA の持つ情報はどちらかというミクロのレベルで保持されているが、その読み取りはもちろん非破壊的であってその意味ではまったく“古典的”である。
- 2) MQT とか MQC が観測問題にどんなかわりがあるのか? まず MQT であるが、これは  $\alpha$  崩壊に似た現象で上に述べたとおり SQUID で観測されており、別に不思議なことではないと言っても反対する人は少ないであろう。MQC はどうか? 普通、量子力学的観測のさい次のような過程が生じる。観測前の観測装置の状態を  $\psi_0$  とし、 $\phi_1$  あるいは  $\phi_2$  の状態にある対象と  $t=0$  から相互作用し、充分時間がたつと

$$U(t \rightarrow \infty) \phi_1 \psi_0 \rightarrow \psi_1$$

$$U(t \rightarrow \infty) \phi_2 \psi_0 \rightarrow \psi_2$$

となるとする。ここで  $\psi_1$  と  $\psi_2$  とは図7のように巨視的に異なる、つまり古典的に読みとれる2つの状態である。観測装置が  $\psi_0$  から  $\psi_1$  あるいは  $\psi_2$  に到る間に、すなわち装置の(ポインター目盛に代表さ



れる) 巨視定期変数が  $0 \rightarrow 1.2$  になる間に, 他の無数の自由度 (環境) へのエネルギーの散逸がある。(何も有限温度である必要はないが, 対称+装置という全系はもちろん励起状態から出発する。) もし対象が  $(\alpha\phi_1 + \beta\phi_2)\Psi_0$  という重ね合わせの状態から出発すると, 到達するのは  $\alpha\Psi_1 + \beta\Psi_2$  すなわち  $\Psi_1$  と  $\Psi_2$  という巨視的に異なる状態の重ね合わせの状態になる。これを対象の状態から受継がれた重ね合わせという意味で受動的 MQC とよぼう。それに対し, 前節で議論したのは能動的 MQC, つまりそれ自身の Dynamics が生きている場合である。

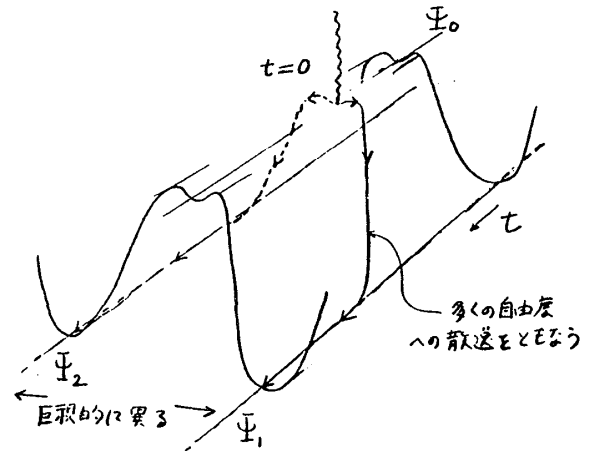


図 7

観測問題とは前者の受動的 MQC と。いわゆる Macro-realism との違和感から発生する。しかし von Neumann の時代から言われているように  $\langle \Psi_1 | \Psi_2 \rangle$  が 0 でもこの受動的 MQC を認めないとするならば, 量子力学の枠組を否定することになり, それに代わる枠組, すなわち理論から観測結果について statement を導き出す処方を明示しなければいたずらに議論が混乱するだけと思われる。

動的 MQC は, 上で (量子力学にもとずいて!) 議論した条件さえ準備すれば観測されるであろう。観測問題はそのような次元のものではなく世界の中から対象を切り出すという一般に認識の成立にとって不可欠なステップを扱う, むしろ meta 理論的性格の問題の 1 つではないか。

いろいろ議論し, また研究会ではコメントをして下さった山田耕作氏および SQUID について議論して下さった水崎隆雄氏に感謝します。

## 文 献

- (1) A. O. Calderira and A. J. Leggett, Ann. Phys. (N. Y.) **149** (1983), 374
- (2) V. Hakim and V. Ambegaokar, Phys. Rev. **A32** (1985), 423
- (3) D. W. Bol et al., Physica **133 B+C** (1985), 196
- (4) S. Chakravarty and A. J. Leggett, Phys. Rev. Lett. **52** (1984), 5.

なお最近, 飛田和男氏による解説が Butsuri **41** (1986), No 11 に掲さいされた。より詳しい文献リスト等に関しては, それを参照されたい。